

1335
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Faculdade de Economia

"CAUSALIDADE ENTRE MOEDA E RENDIMENTO NA
ECONOMIA PORTUGUESA: 1958 - 1984 "

João Nunes dos Santos

Working Paper Nº 88 / 8



UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
Faculdade de Economia
Travessa Estevão Pinto
1000 LISBOA

Junho, 1988

Causalidade entre Moeda e Rendimento
na Economia Portuguesa: 1958-1984

por

João Nunes dos Santos

Dissertação apresentada como requisito
parcial para obtenção do grau de

Mestre em Economia

pela

Faculdade de Economia

da

Universidade Nova de Lisboa

O conteúdo desta dissertação reflecte as ideias do Autor e não responsabiliza a Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO
2. PARAMETRIZAÇÕES DO MODELO QUE CARACTERIZAM OS PADRÕES DE CAUSALIDADE DAS SUAS VARIÁVEIS
3. FILTRAGEM DAS VARIÁVEIS.
 - 3.1. Objectivo
 - 3.2. Metodologia
 - 3.3. Determinação dos filtros para as variáveis do modelo
 - 3.3.1. Rendimento
 - 3.3.2. Moeda
4. TESTES EMPÍRICOS DE CAUSALIDADE
 - 4.1. Teste de Haugh-Pierce
 - 4.2. Teste directo de causalidade
 - 4.2.1. Identificação do processo autoregressivo vectorial
 - 4.2.2. Teste de causalidade
 - 4.3. Teste de Sims
5. TESTE DA ALTERAÇÃO ESTRUTURAL DO PADRÃO DE CAUSALIDADE EM 1974
6. CONCLUSÕES

ANEXO

I. DETERMINAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO ARIMA DO RENDIMENTO

I.1. Identificação do modelo

I.2. Validação do modelo

II. DETERMINAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO ARIMA DA MOEDA

II.1. Identificação do modelo

II.2. Validação do modelo

III. DETERMINAÇÃO DAS RAÍZES DA EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA DO PROCESSO AUTOREGRESSIVO VECTORIAL (5)

1. INTRODUÇÃO [†]

A determinação das relações de causalidade entre variáveis tem sido um dos principais domínios da aplicação empírica de técnicas econométricas na última década. Grande parte dos estudos efectuados insere-se no âmbito do debate sobre a eficácia da política monetária, centrando-se um dos argumentos dos "monetaristas" precisamente no efeito de causalidade sobre o produto que os choques monetários revelam exercer em diversos casos.

O presente estudo tem por objectivo detectar o padrão de causalidade entre a moeda e o rendimento na economia portuguesa para o período de 1958 a 1984, recorrendo para esse fim aos testes empíricos mais frequentemente utilizados na literatura sobre o assunto. O conceito de causalidade implícito no trabalho, é o definido por Granger [7], que, grosso modo, se baseia no poder predictivo incremental de uma variável relativamente a outra. No segundo capítulo começa-se por analisar as parametrizações do modelo que dão informação acerca do tipo de relação causal existente entre as variáveis. O problema da filtragem das variáveis é abordado no capítulo 3, procedendo-se, no seguinte, aos testes empíricos de causalidade. O mesmo teste é efectuado no capítulo 5, mas admitindo-se a possibilidade de existência de padrões de causalidade diferentes nos períodos anterior e posterior a 1974. As principais conclusões a retirar dos testes elaborados, juntamente com alguns comentários adicionais, são apresentados no capítulo 6.

[†] Agradeço a António S. Pinto Barbosa as sugestões efectuadas a uma versão anterior deste trabalho.

2. PARAMETRIZAÇÕES DO MODELO QUE CARACTERIZAM OS PADRÕES DE CAUSALIDADE DAS SUAS VARIÁVEIS

Seja $\begin{bmatrix} y(t) & m(t) \end{bmatrix}'$ um processo estocástico bivariável com covariância estacionária, estritamente não determinístico. Um sistema nestas condições admite uma representação de média móvel:

$$(1) \quad \begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11}(B) & \alpha_{12}(B) \\ \alpha_{21}(B) & \alpha_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}$$

onde $\begin{bmatrix} e_1(t) & e_2(t) \end{bmatrix}'$ é um vector de ruídos brancos (choques no sistema no período t)

e $\alpha_{ij}(B) = \sum_{r=0}^{\infty} \alpha_{ij}^r B^r$ $i = 1, 2$ e $j = 1, 2$, polinômios no operador de atraso (B), convergentes para raízes fora do círculo unitário ($|B| > 1$).

A esta representação corresponde, sob determinadas condições (de invertibilidade), uma representação autoregressiva do sistema:

$$(2) \quad \begin{bmatrix} \beta_{11}(B) & \beta_{12}(B) \\ \beta_{21}(B) & \beta_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}$$

A imposição de restrições nos parâmetros do modelo:

$$(3) \quad \alpha_{12}^0 = \alpha_{21}^0 = \beta_{12}^0 = \beta_{21}^0 = 0, \quad \text{por forma a assegurar a identificação das equações do modelo (equivale a pressupor a ausência de causalidade instantânea) e}$$

$$(4) \quad \alpha_{11}^0 = \alpha_{22}^0 = \beta_{11}^0 = \beta_{22}^0 = 1 \quad \text{que traduz a normalização do sistema,}$$

permite apresentar a sua representação autoregressiva como

$$(5) \quad \begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(B) & C_{12}(B) \\ C_{21}(B) & C_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\text{com } C_{ij}(B) = \sum_{r=1}^{\infty} c_{ij}^r B^r \quad i = 1,2 \text{ e } j = 1,2$$

Se uma tal representação autoregressiva do sistema existir, então se $C_{12}(B) \neq 0$, os valores passados de m têm um poder predictivo incremental em relação a y , dizendo-se, neste caso, que m causa y no sentido de Granger. Se além disso se tem $C_{21}(B) = 0$, essa causalidade é unidireccional. No caso de se verificar simultaneamente $C_{12}(B) \neq 0$ e $C_{21}(B) \neq 0$, então a causalidade processa-se nos dois sentidos e tem-se uma relação de feedback entre as variáveis. Finalmente, se

$$C_{12}(B) = C_{21}(B) = 0,$$

as variáveis são independentes(ou apenas se relacionam no período contemporâneo, hipótese, no entanto, excluída à partida através de (3)).

Os padrões de causalidade também podem ser caracterizados em função dos parâmetros da representação de média móvel do modelo. Com efeito, m não causa y se e só se $\alpha_{12}(B) = 0^1$ [14], pelo que, nesse caso, e tendo em atenção as restrições (3) e (4), o sistema(1) reduz-se a

$$(6) \quad \begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(B) & 0 \\ A_{21}(B) & A_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}$$

Resolvendo a primeira equação em ordem a $e_1(t)$ e substituindo na segunda, obtém-se

$$(7) \quad m(t) = A_{21}(B) A_{11}^{-1}(B) y(t) + A_{22}(B) e_2(t),$$

que dá $m(t)$ como função dos valores passados e presente de y .

Dada a não correlação entre $e_1(t)$ e $e_2(t)$, as variáveis independentes ($y(t) = A_{11}(B) e_1(t)$) também não se correlacionam com o resíduo ($A_{22}(B) e_2(t)$), pelo que a aplicação dos mínimos quadrados ordinários à equação (7) conduz à obtenção de estimadores consistentes para os parâmetros.

Assim, tomando como referência um modelo em que m e y são dados em função dos valores passados, presente e futuros de y e m , respectivamente,

1 $\alpha_{11}(B) \neq 0$ devido à restrição (4) impôr $\alpha_{11}^0 = 1$

$$(8) \begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & D_{12}(B) \\ D_{21}(B) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix}, \text{ onde}$$

$$(9) \quad D_{ij}(B) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} d_{ij}^r B^r \quad i = 1 \quad j = 2 \quad \text{e} \quad i = 2 \quad j = 1,$$

e $[\xi_1(t) \quad \xi_2(t)]'$ é o vector dos choques no sistema no período t , a ausência de causalidade de m para y é consistente com a não rejeição da hipótese de nulidade conjunta dos coeficientes d_{21}^r com $r < 0$, ou seja, dos parâmetros adstrictos aos valores futuros de y .

3. FILTRAGEM DAS VARIÁVEIS

3.1. Objectivo

No quadro de um modelo bivariável, como o do presente estudo, admite-se implicitamente que o andamento de cada variável apenas é determinado pela sua evolução passada, bem como a da outra variável do sistema, isto é, o padrão de causalidade detectado tem subjacente um conjunto de informação composto apenas pelas duas variáveis que integram o modelo. Assim, subsiste o risco de omissão de informação adicional, relevante para a explicação do andamento das variáveis do modelo, cuja consideração poderia, eventualmente, alterar as conclusões relativas à relação de causalidade entre o rendimento e a moeda¹.

De modo a expurgar o sistema bivariável em análise das grandes tendências comuns à generalidade das variáveis económicas, por forma a isolá-lo o mais possível dos efeitos das variáveis não incluídas no modelo, procedeu-se ao tratamento prévio das variáveis. Assim, a análise subsequente centra-se nos movimentos cíclicos entre as duas variáveis que integram o conjunto de informação considerado. Os efeitos das variáveis relevantes omissas reflectir-se-iam na correlação serial dos resíduos das equações do sistema bivariável, pelo que a sua remoção é o objectivo central da filtragem das variáveis do modelo. Com efeito, embora as estimativas dos mínimos quadrados dos parâmetros $C(B)$ e $D(B)$,

1 O procedimento correcto seria incluir no modelo todas as variáveis aconselhadas pela teoria económica.

$$\text{com } C(B) = \begin{bmatrix} C_{11}(B) & C_{12}(B) \\ C_{21}(B) & C_{22}(B) \end{bmatrix}$$

$$\text{e } D(B) = \begin{bmatrix} 0 & D_{12}(B) \\ D_{21}(B) & 0 \end{bmatrix},$$

fossem consistentes, as estimativas das suas variâncias poderiam ser enviesadas, em virtude da existência de correlação serial nos resíduos. O enviesamento seria, mais provavelmente, no sentido descendente, pelo que os valores das estatísticas t e F , nas quais assenta a inferência sobre a relação de causalidade entre variáveis, viriam sobreavaliados. A presença de correlação serial nos resíduos retira, assim, legitimidade aos resultados obtidos, principalmente se eles apontarem para a existência de causalidade, independentemente do sentido em que se processe.

Assim, sendo $Y_{(t)}$ e $M_{(t)}$ as variáveis que integram o conjunto de informação considerado, aplicaram-se-lhes transformações (T_Y e T_M , respectivamente) por forma a que o vector das variáveis transformadas $\begin{bmatrix} y_{(t)} & m_{(t)} \end{bmatrix}'$

$$\text{com } y_{(t)} = T_Y Y_{(t)} \quad \text{e} \quad m_{(t)} = T_M M_{(t)}$$

seguisse um processo estocástico do tipo ruído branco.

3.2. Metodologia

Admitiu-se a hipótese de não estacionaridade estocástica das séries temporais em estudo. Box e Jenkins [3] sugerem que essa não estacionaridade pode ser eliminada por diferenciação sucessiva das variáveis, ou seja, pela aplicação do filtro $(1 - B)^d$, sendo d o número de diferenciações necessárias para se alcançar a estacionaridade (Nelson e Plosser [12] demonstraram que a maior parte das variáveis econômicas são processos estocásticos estacionários nas diferenças).

Como passo prévio na determinação de séries temporais estacionárias, procedeu-se à logaritmização das séries em estudo. Com base nas séries dos logaritmos, passou-se então à estimação do filtro que empiricamente se revelou mais apropriado, utilizando para tal a metodologia proposta por Box e Jenkins [3]. Seguindo as etapas de identificação, estimação e validação, determinaram-se modelos ARIMA (p, d, q) univariáveis, do tipo

$$\Phi_p(B)(1-B)^d Z_{(t)} = \Theta_q(B) u_{(t)}$$

onde $\Phi_p(B)$ e $\Theta_q(B)$ são polinômios de ordem p e q em B , com raízes fora do círculo unitário

$$\Phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \text{ e } \Theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q),$$

$(1-B)^d Z_{(t)}$ é a série das désimas diferenças de $Z_{(t)}$ (série dos logaritmos) e $u_{(t)}$ é a série dos resíduos.

Como cada série temporal não possui uma representação ARIMA única, procedeu-se ao ensaio de modelos alternativos. Uma vez que os filtros ARIMA transformam séries temporais em ruídos brancos (série residual dos modelos ARIMA univariáveis), a respectiva adequabilidade é aferida testando se a série dos resíduos é um processo estocástico desse tipo. No caso em estudo, o teste conjunto da independência serial dos resíduos baseou-se na estatística Q de Ljung-Box¹, tendo-se também procedido à inspecção directa das funções de autocorrelação² e autocorrelação parcial da série dos resíduos, bem como dos diagramas de dispersão de $(u_{(t)}, u_{(t-1)})$ e $(u_{(t)}, u_{(t-2)})$. Como teste adicional, calcularam-se as correlações cruzadas entre os resíduos $(u_{(t)})$ e os valores passados e futuros da série diferenciada $((1-B)^d Z_{(t)})$; teoricamente, os ruídos brancos estão correlacionados com os valores corrente e futuros da série diferenciada, mas não com os seus valores passados.

-
- 1 - Para pequenas amostras, a estatística apropriada para testar a hipótese nula de independência serial dos resíduos é o Q de Ljung-Box, que assintoticamente segue uma distribuição de Qui-quadrado com m graus de liberdade:

$$Q = N(N+2) \sum_{k=1}^m (N-K)^{-1} r_K^2 \overset{0}{\sim} \chi_m^2$$

com N - número de observações após diferenciação da série original,

m - número de autocorrelações consideradas,

e r_k - valor da função de autocorrelação para um desfazamento temporal de k períodos.

- 2 Sendo $u_{(t)}$ um ruído branco, caracteriza-se por ter média nula, variância constante e por não ser serialmente correlacionado, ou seja,

A série residual ($u_{(t)}$) pode ser interpretada como a série das inovações do processo estocástico $Z_{(t)}$ - componente de $Z_{(t)}$ que não pode ser prevista a partir do conhecimento dos seus valores passados - resultante da aplicação da estimativa ARIMA (p, d, q) do filtro univariável $F(B)$

$$F(B) = \frac{\Phi_p(B)(1-B)^d}{\Theta_q(B)}$$

ã série $Z_{(t)}$:

$$u_{(t)} = F(B) Z_{(t)}.$$

No caso do sistema bivariável em estudo, tem-se, assim, que

$$\begin{bmatrix} F_{11}(B) & 0 \\ 0 & F_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{(t)} \\ M_{(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{(t)} \\ m_{(t)} \end{bmatrix}$$

onde $y_{(t)}$ e $m_{(t)}$ são séries temporais resultantes da aplicação dos filtros univariáveis $F_{11}(B)$ e $F_{22}(B)$ a $Y_{(t)}$ e $M_{(t)}$, respectivamente.

(2 Cont. pág. ant.

$$E \begin{bmatrix} u_{(t)} \end{bmatrix} = 0 \quad e \quad E \begin{bmatrix} u_{(t)} & u_{(t+k)} \end{bmatrix} = \begin{cases} \sigma_u^2 & K = 0 \\ 0 & K \neq 0 \end{cases}$$

Em consequência, a sua função de autocorrelação (ρ_k) anula-se para todos os desfazamentos temporais k , com $k \neq 0$.

3.3. Determinação dos filtros para as variáveis do modelo

3.3.1. Rendimento

Para representar o rendimento tomou-se o Produto Interno Bruto a preços de 1977 (PIB_{p77}), tal como se obtem em [4].

Após a passagem aos logaritmos da série original, procedeu-se ao ajustamento de um modelo ARIMA para a série $Y_{(t)}$,

$$\text{com } Y_{(t)} = \ln PIB_{p77},$$

utilizando para tal a metodologia descrita na secção anterior.

i) Identificação

Depois de diferenciada duas vezes, a série $Y_{(t)}$ passou a apresentar sinais claros de estacionaridade, conforme se conclui da inspecção directa do seu gráfico, bem como do andamento da respectiva função de autocorrelação, que tende a anular-se à medida que aumenta o número de desfazamentos temporais (gráficos A.I.1.1. e A.I.1.2.). Por outro lado, a quebra verificada pela função de autocorrelação parcial do segundo para o terceiro desfazamento temporal, sugere um processo autoregressivo de 2.^a ordem para a série $(1-B)^2 Y_{(t)}$.

ii) Estimação e validação

A sugestão atrás referida não impediu que se tivessem ensaiado outros modelos para a série $(1-B)^2 Y_{(t)}$. Os testes da validação confirma-

ram, no entanto, a representação ARIMA (2, 2, 0) como a mais adequada para a série $Y_{(t)}$, tendo-se obtido os seguintes resultados:

$$(1+0,471B + 0,577B^2)(1-B)^2 Y_{(t)} = y_{(t)}$$

$$(-2,69) \quad (-3,21) \quad Q_{(24)} = 14,67$$

onde $y_{(t)}$ é a série das estimativas dos resíduos e entre parentesis figuram os valores da estatística t .

O valor da estatística Q de Ljung-Box, calculado após as 24 primeiras autocorrelações, é consistente com a hipótese nula de independência serial dos resíduos, para um nível de significância de 0.1.

No mesmo sentido apontam os valores da estatística Q , calculada com base nas 12 primeiras correlações cruzadas entre $y_{(t)}$ e $(1-B)^2 Y_{(t-i)}$, sendo i o número de desfazamentos temporais. Com efeito, $Q(-12) = 13,86$ não permite rejeitar a hipótese de independência entre $y_{(t)}$ e os valores passados de $(1-B)^2 Y_{(t)}$, para um nível de significância de 0,1 e $Q(12) = 23,54$ ¹ indicia uma forte probabilidade de os resíduos $y_{(t)}$ estarem correlacionados com os valores futuros de $(1-B)^2 Y_{(t)}$. Finalmente, a configuração das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial de $y_{(t)}$ e dos diagramas de dispersão de $(y_{(t)}, y_{(t-1)})$ e $(y_{(t)}, y_{(t-2)})$ - razoavelmente distribuídos em torno da origem - (gráficos A.I.2.2. a A. I.2.5.), confirmam a conclusão acima referida.

1, Não permite aceitar a independência dos resíduos relativamente aos valores futuros da série $(1-B)^2 Y_{(t)}$, ao nível de significância de 0.1.

Como as estimativas dos parâmetros verificam as condições $\phi_2 + \phi_1 < 1$, $\phi_2 - \phi_1 < 1$ e $-1 < \phi_2 < 1$, as raízes da equação característica

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 = 0$$

estão fora do círculo unitário, estando assim assegurada a estacionaridade do processo autoregressivo da 2.^a ordem estimado [3].

Deste modo, retiveram-se os resíduos ($y_{(t)}$) da representação ARIMA (2, 2, 0) da série $Y_{(t)}$, componente não antecipada de $Y_{(t)}$ a partir do conhecimento dos seus valores passados, que na análise subsequente constituem a variável rendimento.

3.3.2. Moeda

A Base Monetária (BM), definida como "circulação monetária + reservas + outras responsabilidades monetárias do Banco de Portugal", foi o agregado monetário seleccionado para representar o stock de moeda, tendo os dados sido retirados de [1]¹. A série temporal $BM_{(t)}$ foi previamente transformada pela aplicação de logaritmos, determinando-se em seguida a representação ARIMA da série assim obtida: $M_{(t)} = \ln BM_{(t)}$.

1 Como na referência [1] os dados estatísticos não vão além de 1983, o valor para 1984 foi retirado do Relatório do Banco de Portugal relativo ao mesmo ano.

i) Identificação

Como resulta claro da observação do seu gráfico e do da sua função de autocorrelação (gráficos A.II.2.1. e A.II.2.2.), a série das primeiras diferenças pode ser considerada estacionária com um razoável grau de confiança. As quebras registadas pelas funções de autocorrelação e autocorrelação parcial (gráfico A.II.2.3.) entre o primeiro e o segundo desfazamento temporal indiciam, respectivamente, processos de média móvel e autoregressivo da 1.^a ordem para a série $(1-B) M_{(t)}$.

ii) Estimação e validação

Os resultados alcançados aconselharam a retenção da representação ARIMA (0, 1, 1) de $M_{(t)}$:

$$(1-B) M_{(t)} = 0,422 + (1 + 0,601B) m_{(t)}$$

(5.00) (-4.76) $Q(24) = 21,27$

com $m_{(t)}$ - estimativa do resíduo do período t .

As primeiras 24 autocorrelações, em conjunto, apontam para a independência serial dos resíduos, a um nível de significância de 0,1. Por outro lado, os valores da estatística Q calculada após as 12 primeiras correlações cruzadas entre $m_{(t)}$ e $(1-B) M_{(t-i)}$, com $i = 1$ a 12 e $i = -1$ a -12 - $Q(-12) = 11,51$ ¹ e $Q(12) = 18,87$ ², respectivamente.

-
- 1 Consistente com a independência dos resíduos em relação aos valores passados da série $(1-B) M_{(t)}$, ao nível de significância de 0,1.
 - 2 Não permite aceitar a hipótese nula de independência de $m_{(t)}$ em relação aos valores futuros de $(1-B) M_{(t)}$, ao nível de significância de 0,1.

indicam também a não autocorrelação dos resíduos $m_{(t)}$. A inspecção directa das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial de $m_{(t)}$ e dos diagramas de dispersão de $m_{(t)}$, com os seus valores desfasados de 1 e 2 períodos (gráficos A.II.2.2. a A.II.2. 5.), confirmam a qualidade do ajustamento retido.

No caso dos modelos de média móvel de 1.^a ordem, a condição de invertibilidade requer que as raízes da equação característica $\theta(B) = 1 - \theta_1 B = 0$ caiam fora do círculo unitário, o que equivale à estimativa do parâmetro cair dentro do círculo unitário ($|\theta_1| < 1$), o que se verifica no caso presente.

Como resultado deste ponto obteve-se a série temporal $m_{(t)}$, série dos resíduos da representação de média móvel de 1.^a ordem de $(1-B) M_{(t)}$, que, na análise que se segue, é a variável monetária.

4. TESTES EMPÍRICOS DE CAUSALIDADE

4.1. Teste de Haugh-Pierce

O teste de Haugh-Pierce é um teste de independência de duas séries temporais estacionárias e baseia-se nas correlações cruzadas entre elas; na hipótese nula de independência, a função de correlação cruzada anula-se para todos os desfazamentos temporais (K) ¹. Todavia, as correlações cruzadas podem também ser utilizadas para investigar acerca da existência e direcção da causalidade no sentido de Granger entre duas séries temporais estacionárias, uma vez que a função de correlação cruzada é sugestiva da relação de lead/lag existente entre elas [10]. Desta forma, a relação de causalidade existente entre as variáveis do sistema em estudo pode ser inferida a partir das correlações cruzadas entre as respectivas inovações univariáveis $(y_{(t)}$ e $m_{(t)})$. Assim, para $k < 0$ ($k > 0$)², correlações cruzadas significativamente não nulas são consistentes com a hipótese de que $y(m)$ causa $m(y)$. Para $k = 0$, correlações cruzadas significativamente diferentes de zero não permitem rejeitar qualquer hipótese de causalidade instantânea entre y e m .

As estimativas das correlações cruzadas de duas séries temporais $(c(k))$ seguem assintoticamente uma distribuição normal com média nula e variância $\frac{1}{N}$,

1 Sims [15] demonstrou que este teste é enviesado em favor da aceitação da hipótese nula de independência.

2 Valores de y atrasados (adiantados) em relação aos de m .

$c(k) \overset{0}{\sim} N(0, 1/\sqrt{N})$ onde N é o número de observações subjacente à determinação de $c(0)$.

Para efectuar o teste conjunto da significância de $2M + 1$ correlações cruzadas consecutivas utiliza-se a estatística $S = N \sum_{K=-M}^M c^2(K)$, que, na hipótese nula de independência, distribui-se assintoticamente de acordo com uma qui-quadrado com $2M + 1$ graus de liberdade:

$$S = N \sum_{K=-M}^M c^2(K) \overset{0}{\sim} \chi_{2M+1}^2$$

Todavia, no caso de amostras de pequena dimensão e para a mesma hipótese nula, essa distribuição é seguida mais aproximadamente pela estatística S^* , com

$$S^* = N^2 \sum_{K=-M}^M (N - |K|)^{-1} c^2(K).$$

Os resultados obtidos (cf. Quadros I e II) sugerem a rejeição da hipótese nula de independência das séries $y(t)$ e $m(t)$. Com efeito, no teste conjunto da nulidade das correlações cruzadas entre valores de $y(t)$ desfazadas de $m(t)$ no máximo de dois períodos ($|K| \leq 2$), a estatística S^* cai na região crítica para um nível de significância de 0,05.

No caso de $K < 0$, o valor assumido pela estatística S^* para o teste conjunto da nulidade da função de correlação cruzada para $K = -1$ e -2 é significativo ao nível de 0,1, resultado consistente com a existência de causalidade unidireccional de y para m . Por outro lado, o pico bem definido patentado pela função de correlação cruzada para $K = -2$ sugere uma precedência de y em relação a m , de dois períodos, sendo o efeito de sinal positivo.

QUADRO I - Estimativa da função de correlação cruzada

$y(t+k), m(t)$								
k = 1 a 8	-.26	-.25	-.08	.01	.06	.04	-.10	.03
$y(t), m(t-k)$								
k = 0	-.36							
k = -1 a -8	.17	.40	.15	-.17	-.08	-.37	-.07	.01

Nota: as estimativas $c(k)$ comparam com um erro padrão de 0.20

QUADRO II - Teste de Haugh-Pierce

$c(0)$	-.36**				
$N^2 \sum_{k=-1}^1 (N - k)^{-1} c^2(k)$	5.75				
$N^2 \sum_{k=-2}^2 (N - k)^{-1} c^2(k)$	11.80**	$N^2 \sum_{k=-1}^{-2} (N - k)^{-1} c^2(k)$	5.10***	$N^2 \sum_{k=1}^2 (N - k)^{-1} c^2(k)$	3.46
$N^2 \sum_{k=-3}^3 (N - k)^{-1} c^2(k)$	12.62***	$N^2 \sum_{k=-1}^{-3} (N - k)^{-1} c^2(k)$	5.74	$N^2 \sum_{k=1}^3 (N - k)^{-1} c^2(k)$	3.64
$N^2 \sum_{k=-4}^4 (N - k)^{-1} c^2(k)$	13.48	$N^2 \sum_{k=-1}^{-4} (N - k)^{-1} c^2(k)$	6.60	$N^2 \sum_{k=1}^4 (N - k)^{-1} c^2(k)$	3.64

** Significativamente diferente de zero ao nível de 0.05.

*** Idem, ao nível de 0.1.

Para $K > 0$, os resultados apontam para a inexistência de causalidade de m relativamente a y . De facto, os valores assumidos pela estatística S^* , para o teste conjunto da nulidade das correlações cruzadas, caem dentro da região de aceitação para os níveis de significância convencionais.

A estimativa da correlação cruzada entre os valores contemporâneos de y e m ($c(0)$) não permite excluir qualquer dos padrões de causalidade instantânea entre y e m . Esta incerteza poderia, eventualmente, ser resolvida se se pudesse reduzir a periodicidade das observações, o que, todavia, não é possível devido à limitação da informação estatística.

4.2. Teste directo de causalidade

4.2.1. Identificação do processo autoregressivo vectorial

Uma das questões preliminares na aplicação do teste directo de causalidade - teste de causalidade através da aplicação directa do conceito de causalidade a la Granger ¹ - tem a ver com a especificação do número de desfazamentos temporais das variáveis, a incluir nas regressões em que assenta o referido teste, ou seja, mais precisamente, com a determinação do grau dos polinómios $C_{11}(B)$, $C_{12}(B)$, $C_{21}(B)$ e $C_{22}(B)$ ².

1 Cuja primeira aplicação prática é devida a Sargent [13].

2 Em princípio, o grau dos polinómios afectos à variável endógena ($C_{11}(B)$ e $C_{22}(B)$) deverá ser grande, de modo a minimizar a probabilidade de excluir desfazamentos da variável endógena com coeficientes significativos, que poderia resultar na correlação serial dos resíduos $e_1(t)$ e $e_2(t)$, assim como na retenção de coeficientes ilegítimamente significativos da variável independente. Por outro lado, o grau dos polinómios $C_{12}(B)$ e $C_{21}(B)$ deverá ser reduzido por forma a aumentar a potência do teste.

Com esta finalidade, seguiu-se um procedimento utilizado por HSIAO [8] que, com base no critério da minimização do erro de previsão de Akaike, utiliza os dados para determinar a estrutura de desfazamentos do modelo, evitando, assim, a imposição de especificações de uma forma arbitrária. Ao seleccionar a especificação que minimiza o erro de previsão, este procedimento entra em consideração com o enviesamento das estimativas dos parâmetros e a redução de graus de liberdade que advêm da escolha de modelos, respectivamente, de ordem inferior e superior à verdadeira. Deste modo, contrariamente aos ensaios de hipóteses clássicos, em que os níveis de significância são pré-determinados de uma forma mais ou menos arbitrária, neste método a decisão de inclusão dos sucessivos desfazamentos das variáveis é baseada na análise do seu poder predictivo marginal, isto é, num critério explícito. O método tem ainda a vantagem de permitir que as variáveis entrem na equação com um diferente número de desfazamentos, evitando assim a introdução de restrições apriorísticas não fundamentadas ¹.

O erro de previsão (FPE), definido como o erro quadrático médio de previsão, pode ser estimado por

$$FPE(m, n) = \frac{T + m + n}{T - m - n} \times \frac{SSR(m, n)}{T}$$

onde $m + n$ é o número de regressores da equação, ou seja, m e n são os graus dos polinómios no operador de atraso que a integram, $SSR(m, n)$ é a soma dos quadrados dos desvios da regressão e T é o número de observações.

¹ No entanto, admite-se ainda que todos os coeficientes de ordem inferior à seleccionada são significativos.

O procedimento de Hsiao consiste, assim, na minimização do erro de previsão em ordem a m e n , admitindo-se a priori um limite superior para o grau dos polinômios de $C(B)$.

Os resultados obtidos (cf. Quadro III) sugeriram a seguinte especificação para o sistema autoregressivo (5):

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^2(B) & c_{12}^2(B) \\ c_{21}^2(B) & c_{22}^2(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}$$

Para além da identificação do processo autoregressivo vectorial (5), o procedimento de HSIAO permite também fazer inferência acerca do padrão de causalidade das variáveis. Com efeito, para cada equação, a comparação do erro de previsão mínimo das representações univariável e bivariável permite tirar conclusões a respeito do tipo de relação de causalidade existente entre as séries temporais. Assim, se o erro de previsão for minimizado para uma especificação da equação que inclua desfazamentos de ambas as variáveis é porque os desfazamentos relativos à variável independente têm um poder predictivo marginal, pelo que é de concluir que a variável independente causa, no sentido de Granger, a variável dependente. No caso de ser a representação univariável a minimizar o erro de previsão, então ou a variável dependente é exógena ou existe causalidade instantânea entre as variáveis.

No caso em estudo, o erro de previsão é minimizado, em ambas as equações, por uma representação bivariável, pelo que não é de rejeitar a existência de causalidade em qualquer dos sentidos. No entanto, a re-

QUADRO III - Identificação do processo autoregressivo vectorial

$C_{11}^m(B) = \sum_{i=1}^m c_{11}^i B^i \quad C_{12}^n(B) = \sum_{j=1}^n c_{12}^j B^j$			$C_{22}^p(B) = \sum_{l=1}^p c_{22}^l B^l \quad C_{21}^o(B) = \sum_{k=1}^o c_{21}^k B^k$		
m	n	FPE x 10 ⁻²	p	o	FPE x 10 ⁻²
1	0	0.1120	1	0	0.6645
1	1	0.1142	1	1	0.6966
1	2	0.1165	1	2	0.6446
1	3	0.1275	1	3	0.6920
2	0	0.1152	2	0	0.7209
2	1	0.1195	2	1	0.7408
2	2	0.1109	2	2	0.5954
2	3	0.1176	2	3	0.6447
3	0	0.1258	3	0	0.7846
3	1	0.1311	3	1	0.8124
3	2	0.1216	3	2	0.6404
3	3	0.1291	3	3	0.6601

Nota: A periodicidade anual dos dados estatísticos permitiu que a imposição prévia de um desfazamento temporal máximo de 3 períodos não determinasse uma grande carga de cálculos a executar no processo de identificação do modelo. O mesmo não sucederia no caso de se ter utilizado informação estatística de periodicidade superior, situação em que haveria que recorrer ao processo iterativo sugerido por HSIAO, para determinação do grau dos polinómios de C(B).

dução do erro de previsão, decorrente da introdução de desfazamentos temporais da variável independente, é muito mais acentuada no caso da equação de $m(t)$, pelo que a evidência de causalidade é mais significativa de y para m do que no sentido inverso.

4.2.2. Teste de causalidade

Para além da parametrização finita das equações do sistema (5), objecto da secção anterior, o teste directo de causalidade envolve a estimação das equações do modelo e o ensaio das hipóteses $C_{12}^2(B) = 0$ e $C_{21}^2(B) = 0$. Assim, para o teste da causalidade unidireccional de m para y , a estimação da equação do modelo relativa a y conduziu aos seguintes resultados:

$$y(t) = -0,078 y(t-1) - 0,391 y(t-2) - 0,104 m(t-1) - 0,174 m(t-2) + e_1(t)$$

$$(-0,35) \quad (-1,71) \quad (-1,16) \quad (-1,88)$$

$$\bar{R}^2 = 0,148 \quad \text{SER} = 0,038 \quad \text{DW} = 2,11 \quad Q_{(22)} = 11,12^{\dagger} \quad F_{(2/19)} = 2,525$$

† Consistente com a independência serial dos resíduos ao nível de significância de 0,1.

O valor assumido pela estatística F , no teste de $H_0: C_{12}^2(B) = 0$, é inferior ao valor crítico da distribuição F aos níveis de significância convencionais, o que não permite rejeitar a hipótese de, em conjunto, os coeficientes adstrictos aos valores de m desfazados de um e dois períodos não serem significativamente diferentes de zero. Em consequência, a componente não antecipada da moeda não tem um contributo

adicional para a previsão da componente não antecipada do rendimento, pelo que é de concluir pela ausência de causalidade no sentido de Granger da moeda para o rendimento ¹.

Para testar a causalidade de y para m , estimou-se a seguinte equação para m :

$$m_{(t)} = 0,659 y_{(t-1)} + 1,399 y_{(t-2)} + 0,078 m_{(t-1)} + 0,411 m_{(t-2)} + e_{2(t)}$$

(1,27) (2,64) (0,37) (1,92)

$$\bar{R}^2 = 0,218 \quad SER = 0,069 \quad DW = 2,25 \quad Q_{(22)} = 27,81^{\dagger} \quad F_{(2/19)} = 4,356^{**}$$

** Significativamente diferente de zero ao nível de 0,05.

[†] Consistente com a hipótese de independência serial dos resíduos, ao nível de significância de 0,1.

O valor da estatística F para o teste de $H_0: c_{21}^2(B) = 0$ é consistente com a existência de causalidade de y para m . Este efeito, de sinal positivo, exerce-se predominantemente com um desfazamento temporal de dois períodos, conforme atesta o t -rácio correspondente a c_{21}^2 e que, aliás, está em consonância com o pico revelado pela função de correlação cruzada entre $y_{(t)}$ e $m_{(t)}$ para o lag de 2 períodos.

1 Não obstante, o coeficiente c_{12}^2 é significativo ao nível de 0,1, sendo de sinal negativo o efeito de $m_{(t-2)}$ em $y_{(t)}$.

2 $c_{21}^2 \neq 0$ ao nível de significância de 0.05.

A equação característica do sistema bivariável estimado, $|I - C(B)| = 0$, onde I é a matriz identidade, só tem raízes complexas: $0,863 \pm 1,228i$ e $-2,058 \pm 1,064i$. Como a parte real do primeiro par de raízes está no interior do círculo unitário, não está assegurada a estacionaridade do modelo. Por outro lado, os valores assumidos pelas estatística Q , no teste da independência serial dos resíduos $e_1(t)$ e $e_2(t)$, sugerem a validade da inferência feita com base nas estatísticas t e F .

Para se averiguar acerca da exogeneidade de y em relação a m , hipótese mais forte do que a ausência de causalidade de m para y - que apenas assegura a exogeneidade de y em relação aos valores passados de m - procedeu-se à investigação da existência de uma eventual correlação contemporânea entre as estimativas dos resíduos $e_1(t)$ e $e_2(t)$. Com efeito, uma vez que a especificação do sistema (5) não contempla a existência de uma eventual relação contemporânea entre as variáveis, a sua ocorrência reflectir-se-ia na correlação entre os resíduos das equações do modelo. A regressão de $e_1(t)$ em $e_2(t)$ conduziu aos seguintes resultados:

$$e_1(t) = -0,09 e_2(t) + v(t)$$

$$(-1,00)$$

$$\bar{R}^2 = 0,044 \quad SER = 0,027 \quad DW = 2,05$$

onde $v(t)$ é a série residual.

Os resultados obtidos não permitem rejeitar a inexistência de uma correlação contemporânea significativa entre os resíduos $e_1(t)$ e $e_2(t)$, sendo assim consistentes com a ausência de causalidade instantânea entre y e m e, consequentemente, com a exogeneidade de y em relação a m .

4.3. Teste de Sims

Como se viu atrás, os padrões de causalidade também podem ser caracterizados em função dos parâmetros da representação de média móvel do modelo. Assim, procedeu-se à estimação do sistema (8), considerando-se, para o efeito, como sendo de dois períodos o maior desfazamento temporal entre as variáveis, para que a relação entre elas ainda seja significativa, ou seja, admitiu-se a seguinte concretização de (9):

$$D_{ij}(B) = \sum_{r=-2}^2 d_{ij}^r B^r \quad i = 1 \quad j = 2 \text{ e } i = 2 \quad j = 1$$

Para o teste da causalidade unidireccional de m para y efectuou-se a regressão de m nos desfazamentos (positivos e negativos) de y , com base na qual se procedeu ao teste da nulidade, em conjunto, de d_{21}^{-1} e d_{21}^{-2} . Os resultados alcançados,

$$\begin{aligned} m(t) = & 0,361 y_{(t-2)} + 0,157 y_{(t-1)} - 1,114 y_{(t)} - \\ & (0,62) \quad (0,32) \quad (-2,02) \\ & - 0,418 y_{(t+1)} - 0,709 y_{(t+2)} + \xi_{2(t)} \\ & (-0,87) \quad (-1,32) \end{aligned}$$

$$\bar{R}^2 = 0,247 \quad \text{SER} = 0,069 \quad \text{DW} = 2,45 \quad Q_{(20)} = 21,58^{\dagger} \quad F_{(2/16)} = 1,372$$

[†] Consistente com a hipótese de independência serial dos resíduos ao nível de significância de 0,1.

sugerem a ausência de causalidade no sentido de Granger de m para y . Com efeito, o valor da estatística F não permite rejeitar a hipótese de, em conjunto, os coeficientes associados aos valores futuros de y não serem significativos, pelo que m pode ser obtido apenas em função dos valores passados e presente de y .

Para o teste da causalidade no sentido oposto, inverteu-se a posição das variáveis na equação anterior, tendo a respectiva estimação conduzido aos seguintes resultados:

$$y_{(t)} = -0,056 m_{(t-2)} - 0,085 m_{(t-1)} - 0,171 m_{(t)} + \\ (-0,67) \quad (-1,19) \quad (-2,36) \\ + 0,061 m_{(t+1)} + 0,183 m_{(t+2)} + \xi_{1(t)} \\ (0,83) \quad (2,53)$$

$$\bar{R}^2 = 0,340 \quad SER = 0,026 \quad DW = 2,392 \quad Q_{(21)} = 25,23^{\dagger} \quad F_{(2/17)} = 3,653^{**}$$

** Significativamente diferente de zero ao nível de 0,05

[†] Consistente com a hipótese de independência serial dos resíduos ao nível de significância de 0,1.

O valor assumido pela estatística F , correspondente ao ensaio da significância conjunta de d_{12}^{-1} e d_{12}^{-2} , é compatível com a existência de causalidade de y para m , efeito que se processa predominantemente com um desfazamento temporal de dois períodos, de acordo com os t-rácios relativos a $m_{(t+1)}$ e $m_{(t+2)}$, e é de sinal positivo.

Na medida em que, para além dos valores passados, este teste também requer a presença dos valores futuros da variável independente, ele tem a desvantagem, comparativamente ao teste directo de causalidade, de incorrer num maior dispêndio de graus de liberdade.

5. TESTE DA ALTERAÇÃO ESTRUTURAL DO PADRÃO DE CAUSALIDADE EM 1974

Para o teste da alteração do tipo de relação de causalidade entre as variáveis, do período 1958-1973 para 1974-1984, utilizou-se o teste directo de causalidade, introduzindo variáveis artificiais nos coeficientes associados às variáveis independentes, por forma a admitir a possibilidade de existência de padrões de causalidade diferentes em cada um dos referidos períodos.

Dada a presença de um desfazamento temporal entre as variáveis independentes e a variável endógena, houve necessidade de considerar a existência de um período intermédio, construído de modo aos valores desfazados da variável independente estarem no mesmo regime da variável dependente (exceptuando, naturalmente, o caso do período de transição). Assim, consideraram-se três variáveis artificiais, D^I , D^{II} e D^{III} , com a seguinte definição:

$$D^I = \begin{cases} 1 & t = 1958 \text{ a } 1973 \\ 0 & t = 1974 \text{ a } 1984 \end{cases} \quad D^{II} = \begin{cases} 0 & t = 1958 \text{ a } 1973 \text{ e } 1976 \text{ a } 1984 \\ 1 & t = 1974 \text{ e } 1975 \end{cases}$$

$$D^{III} = \begin{cases} 0 & t = 1958 \text{ a } 1975 \\ 1 & t = 1976 \text{ a } 1984 \end{cases}$$

Deste modo, a admissibilidade de alteração da relação de causalidade do período anterior a 1974 para o período de 1976 a 1984, determinou a necessidade de modificar, em conformidade, o modelo subjacente à investigação dos padrões de causalidade entre variáveis. Assim, considerou-se a seguinte versão do modelo (5):

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(B) & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{12}^I(B) & C_{12}^{II}(B) & C_{12}^{III}(B) \\ 0 & C_{21}^I(B) & C_{21}^{II}(B) & C_{21}^{III}(B) & C_{22}(B) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

$$x \begin{bmatrix} y(t) \\ y^I(t) \\ y^{II}(t) \\ y^{III}(t) \\ m(t) \\ m^I(t) \\ m^{II}(t) \\ m^{III}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix}$$

onde $x^i = D^i x$ com $i = I, II, III$ e $x = y, m$,

$\begin{bmatrix} s_1(t) & s_2(t) \end{bmatrix}$, é o vector dos choques no sistema no período t

e $C_{ij}^k(B)$ com $k = I, II, III$ e $i = 1 \quad j = 2$ e $i = 2 \quad j = 1$ são polinômios no operador de atraso.

Os resultados do teste da modificação do padrão de causalidade entre a moeda e o rendimento, do período 1958-1973 para o posterior a 1976 (cf. Quadro IV), sugerem que a relação de causalidade entre as variáveis foi sensível à alteração de regime. Assim, no que respeita ao período de 1958 a 1973, a evidência empírica aponta para a independência entre as

QUADRO IV - Teste de alteração do padrão de causalidade

$y_{(t)} = -0.332 y_{(t-1)} - 0.239 y_{(t-2)} + 0.037 m_{(t-1)}^I - 0.090 m_{(t-2)}^I - 0.796 m_{(t-1)}^{II} - 1.672 m_{(t-2)}^{II} - 0.029 m_{(t-1)}^{III} - 0.215 m_{(t-2)}^{III} + s_1(t)$							
(-1.58)	(-1.18)	(0.18)	(-0.50)	(-4.54)	(-3.16)	(-0.34)	(-2.52)
$\bar{R}^2 = 0.546$	DW = 1.65	SER = 0.022	$Q_{(22)} = 16.61^{\dagger}$	$F_{(2/15)}^I = 0.132$	$F_{(2/15)}^{III} = 3.344^{***}$		

$m_{(t)} = 0.037 m_{(t-1)} + 0.427 m_{(t-2)} - 1.181 y_{(t-1)}^I - 0.867 y_{(t-2)}^I + 0.424 y_{(t-1)}^{II} + 4.852 y_{(t-2)}^{II} + 1.368 y_{(t-1)}^{III} + 0.980 y_{(t-2)}^{III} + s_2(t)$							
(0.17)	(2.02)	(-0.95)	(-0.62)	(0.43)	(3.17)	(2.08)	(1.57)
$\bar{R}^2 = 0.424$	DW = 2.24	SER = 0.059	$Q_{(22)} = 15.07^{\dagger}$	$F_{(2/15)}^I = 0.453$	$F_{(2/15)}^{III} = 4.908^{**}$		

** Significativamente diferente de zero ao nível de 0.05.

*** Idem, ao nível de 0.1.

\dagger Consistente com a hipótese de independência serial dos resíduos ao nível de significância de 0.1.

séries $y(t)$ e $m(t)$. Com efeito, os valores das estatísticas F^I , para os testes de $H_0: C_{12}^I(B) = 0$ e $C_{21}^I(B) = 0$, não permitem rejeitar a hipótese de independência entre y e m no período anterior a 1974. Para o regime de 1976 a 1984, os resultados obtidos são consistentes com a existência de uma relação de "feedback" entre as variáveis, o que decorre dos valores assumidos pelas estatísticas F^{III} , relativas aos testes de $C_{12}^{III} = 0$ e $C_{21}^{III} = 0$. Por outro lado, relativamente ao teste da causalidade de y para m , os t-rácios sugerem que o efeito da componente não antecipada do rendimento nos choques monetários produz-se predominantemente com um desfazamento temporal de um ano. A análise no sentido inverso permite concluir que os choques monetários das faixas de dois períodos são os que revelam um maior poder explicativo da evolução de y .

6. CONCLUSÕES

Os testes efectuados para determinar o padrão de causalidade entre a moeda e o rendimento na economia portuguesa, no período de 1958 a 1984, são razoavelmente conclusivos quanto à detecção da existência de causalidade unidireccional do rendimento para a moeda, processando-se o efeito da componente não antecipada do rendimento nas inovações univariáveis da moeda com um desfazamento temporal de dois anos.

No que respeita à causalidade no sentido oposto, os testes feitos não são unânimes nas suas conclusões, não sendo, todavia, arriscado afirmar que, a existir, a causalidade de m para y não é seguramente tão "forte" como a existente de y para m .

A subdivisão do período base em três regimes permitiu testar a alteração do padrão de causalidade entre os períodos 1958-1973 e 1976-1984. Os resultados obtidos sugerem a independência entre os choques do rendimento e da moeda no período anterior a 1974 e a existência de causalidade em ambos os sentidos, ou seja, de "feedback" entre o rendimento e a moeda, no período de 1976 a 1984.

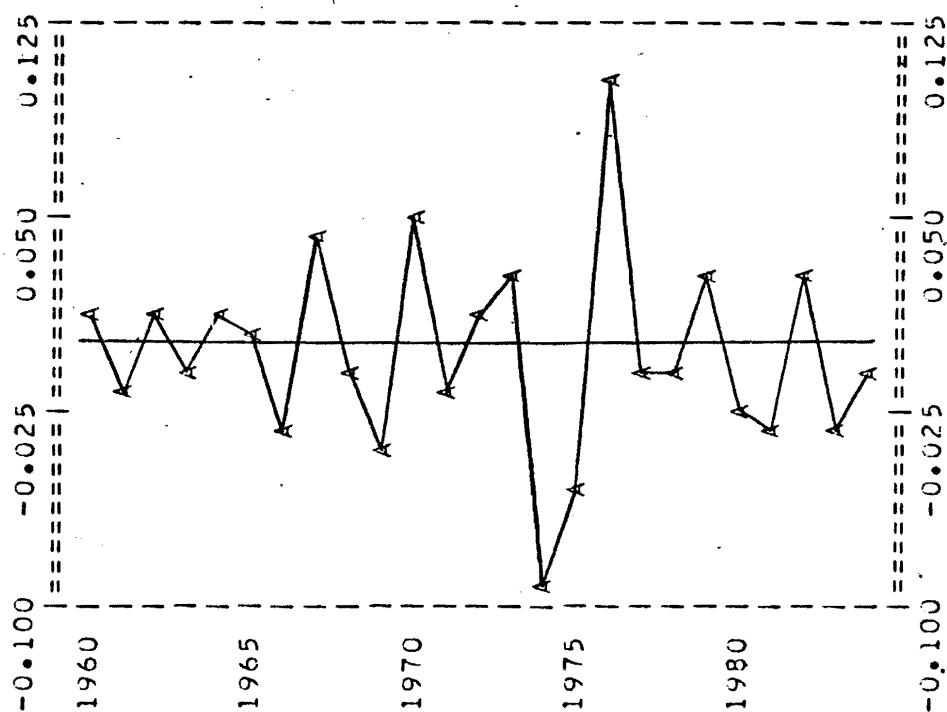
ANEXOS

I. Determinação da representação ARIMA do rendimento

1. Identificação do modelo

Série: $(1-B)^2 Y_{(t)}$

GRÁFICO A.I.1.1.



Autocorrelações

lags	desvio padrão ¹												
1 a 12	.20 ²	-.30	-.41	.46	-.29	-.15	.46	-.30	-.07	.30	-.15	-.06	.13
13 a 24	.35 ³	-.12	.02	.03	-.04	.02	-.01	-.01	.01	-.04	.02	-.01	-.00

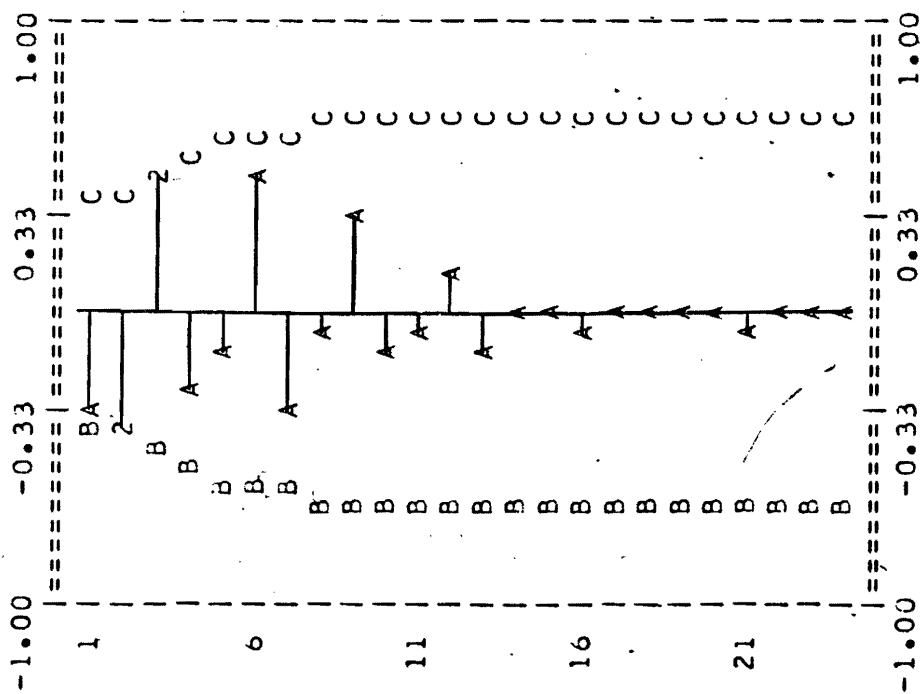
-
- 1 Para o cálculo dos desvios padrões utilizou-se a aproximação de Bartlett:

$$\text{VAR} \left[r_k \right] = \frac{1}{N} \left\{ 1 + 2 \sum_{v=1}^q \rho_v^2 \right\}$$

na hipótese de se tratar de um processo estocástico em que a função de autocorrelação (ρ_v) se anula a partir de uma determinada ordem $q = k - 1$ ($\rho_v = 0$ para $v > q$), ou seja, na hipótese de se tratar de um processo de média móvel de ordem q , em que r_k é o valor da autocorrelação de ordem k da amostra e N é o número de observações.

- 2 Desvio padrão de $r(1)$
 3 Desvio padrão de $r(13)$

GRÁFICO A.I.1.2.



B e C definem os limites superior e inferior da região de rejeição do teste de $H_0: \rho_k = 0$, ou seja, de que a série em análise é um processo de média móvel de ordem $q = k-1$, construída com base na distribuição $r_k \sim N(0, \frac{1}{\sqrt{N}} \left[1 + 2 \sum_{v=1}^q r_v^2 \right]^{1/2})$ e tendo em consideração um nível de significância de 95%.

Autocorrelações parciais

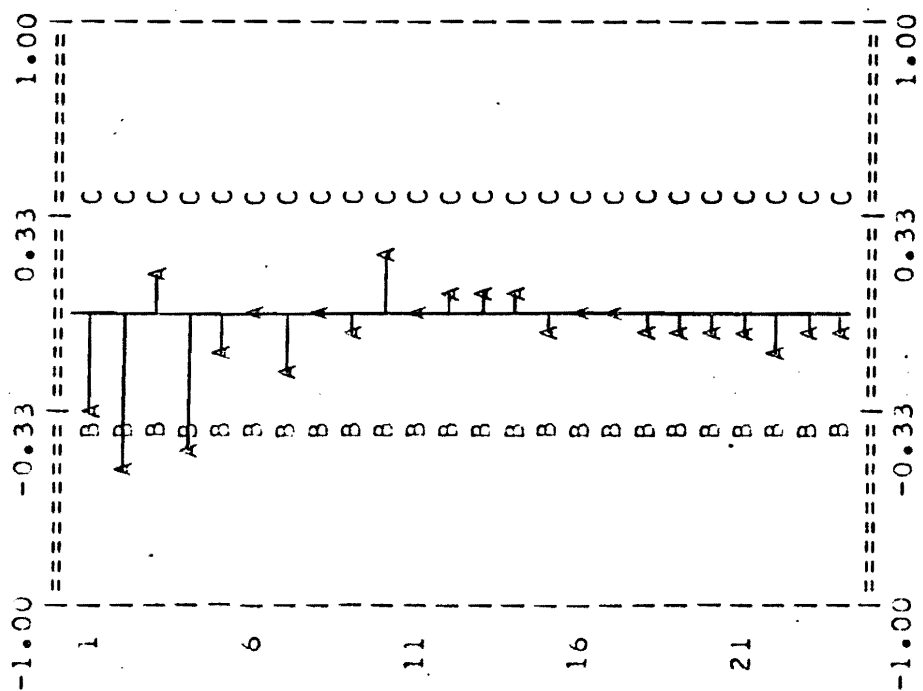
lags

desvio padrão = 0.20 ¹

1 a 12	-0.30	-0.55	.16	-.44	-.12	.02	-.19	.03	-.09	.22	-.02	.06
13 a 24	.07	.06	-.05	.00	-.03	-.04	-.07	-.08	-.04	-.11	-.08	-.03

1 - $\text{VAR} [\hat{\phi}_{kk}] \approx \frac{1}{N}$ para $k \geq p+1$, na hipótese da série temporal seguir um processo autoregressivo de ordem p e sendo $\hat{\phi}_{kk}$ a autocorrelação parcial de ordem k da amostra.

GRÁFICO A.I.1.3.

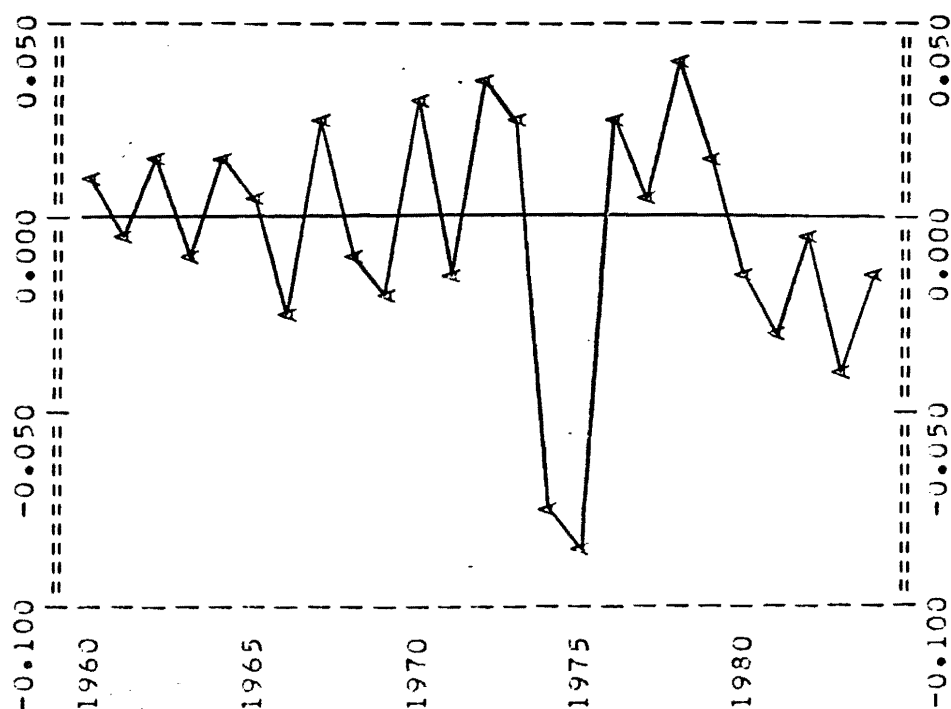


B e C definem os limites superior e inferior da região de rejeição do teste de $H_0: \phi_{kk} = 0$, ou seja, de que a série em análise é um processo autoregressivo de ordem $p \leq K-1$, construído com base na distribuição $\hat{\phi}_{kk} \sim N(0, 1/\sqrt{N})$ e no nível de significância de 95%. Deste modo, a acentuada queda registrada pela função de autocorrelação parcial, entre o segundo e o terceiro lag, sugere para a série temporal $(1-B)^2 Y_{(t)}$ um processo autoregressivo de segunda ordem.

2. Validação do modelo

$$\text{Série: } y_{(t)} = (1 + 0,471B + 0,577B^2) (1-B)^2 Y_{(t)}$$

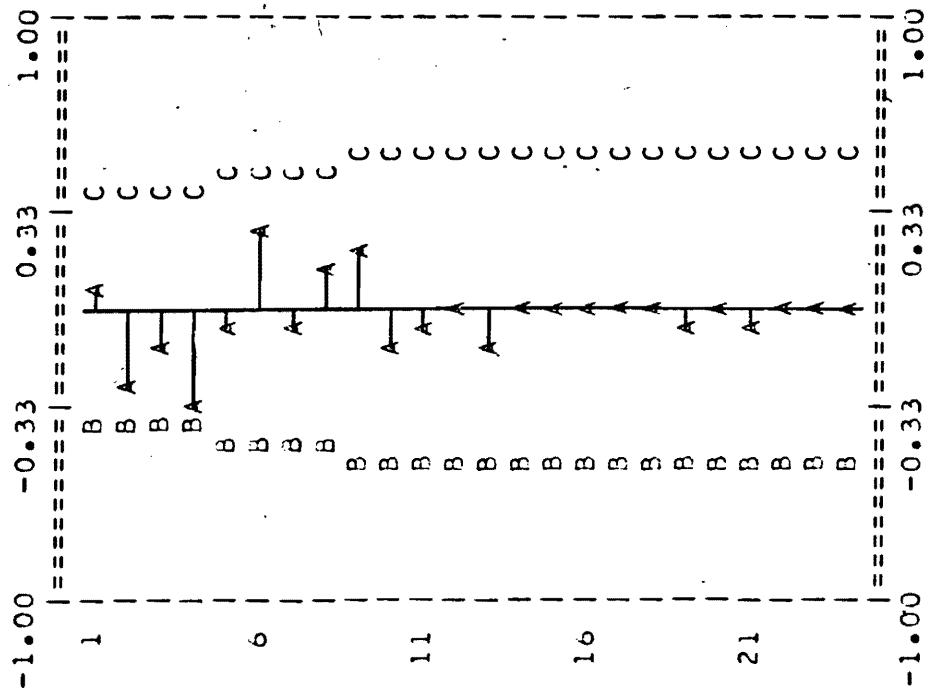
GRÁFICO A.I.2.1.



Autocorrelações

lags	desvio padrão												
1 a 12	.20	.09	-.23	-.12	-.35	-.06	.30	-.09	.14	.20	-.11	-.09	.01
13 a 24	.27	-.10	.03	.00	-.02	.02	.01	-.04	-.01	-.04	-.00	-.02	-.01

GRÁFICO A.I.2.2.



Autocorrelações parciais

lags

desvio padrão = 0.20

1 a 12	.09	-.24	-.08	-.42	-.07	.10	-.28	.18	.11	.08	-.06	.12
13 a 24	.10	-.09	-.09	.04	-.08	-.15	-.07	-.02	-.12	-.08	-.03	-.00

GRÁFICO A.I.2.3.

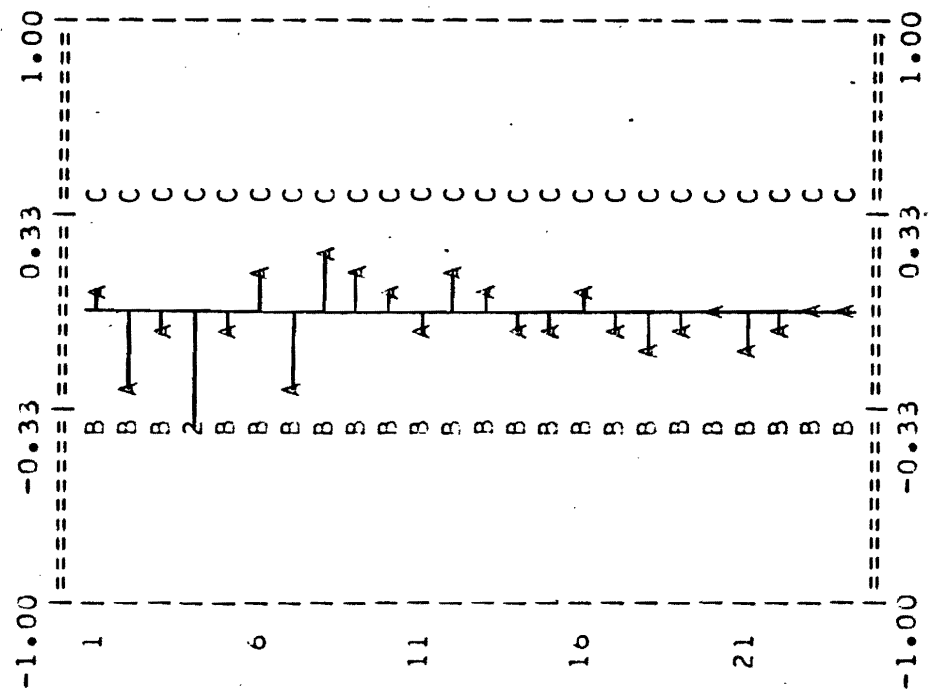


Diagrama de dispersão (xx : $y_{(t)}$, yy : $y_{(t-1)}$)

GRÁFICO A.I.2.4.

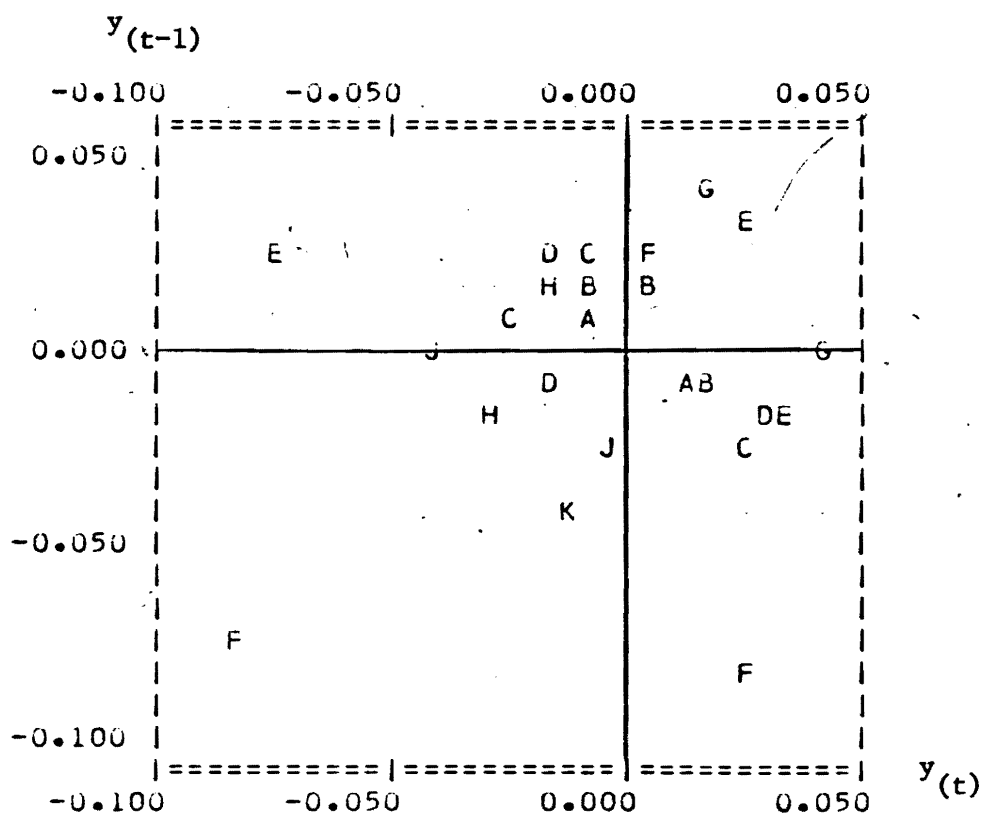
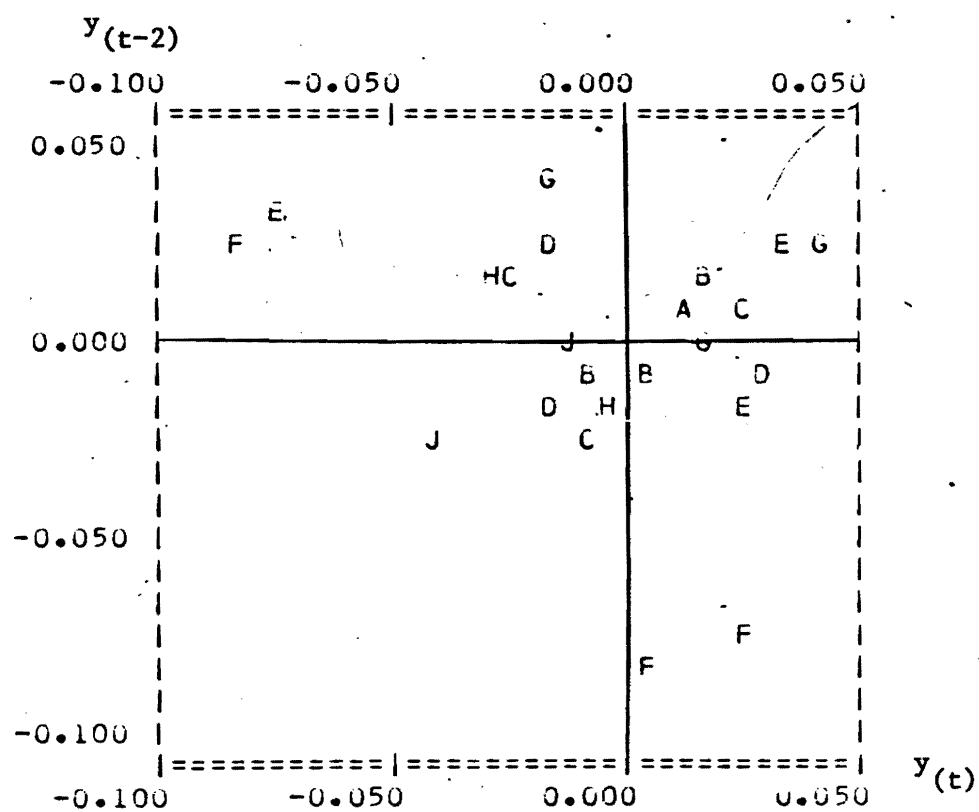


Diagrama de dispersão (xx: $y(t)$, yy: $y(t-2)$)

GRÁFICO A.I.2.5.

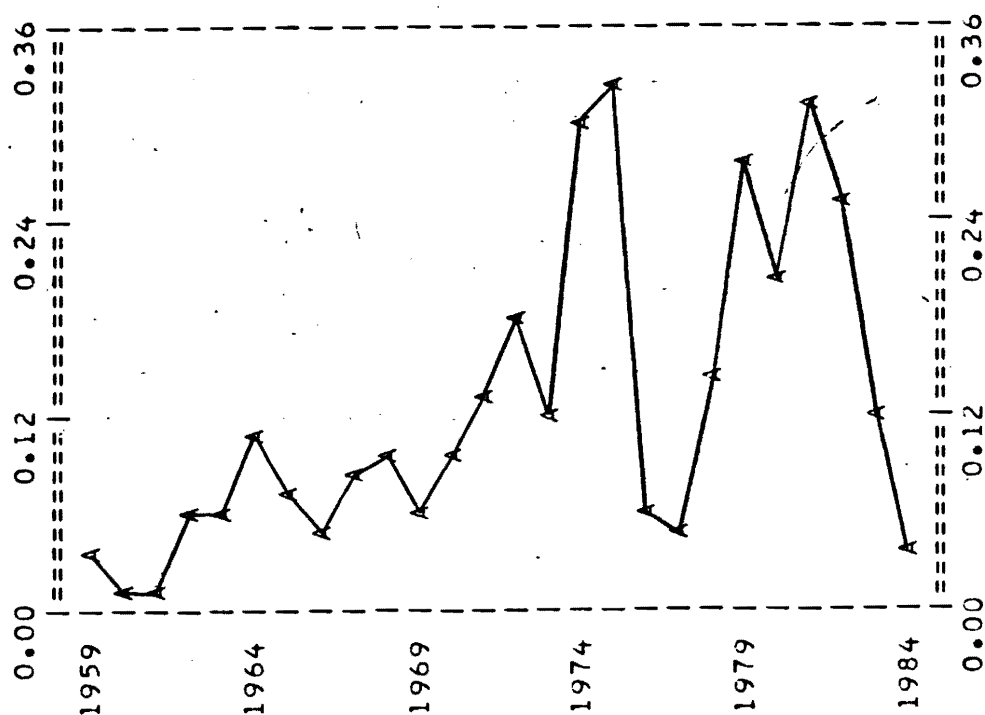


II. Determinação da representação ARIMA da moeda

1. Identificação do modelo

Série: $(1-B) M_{(t)}$

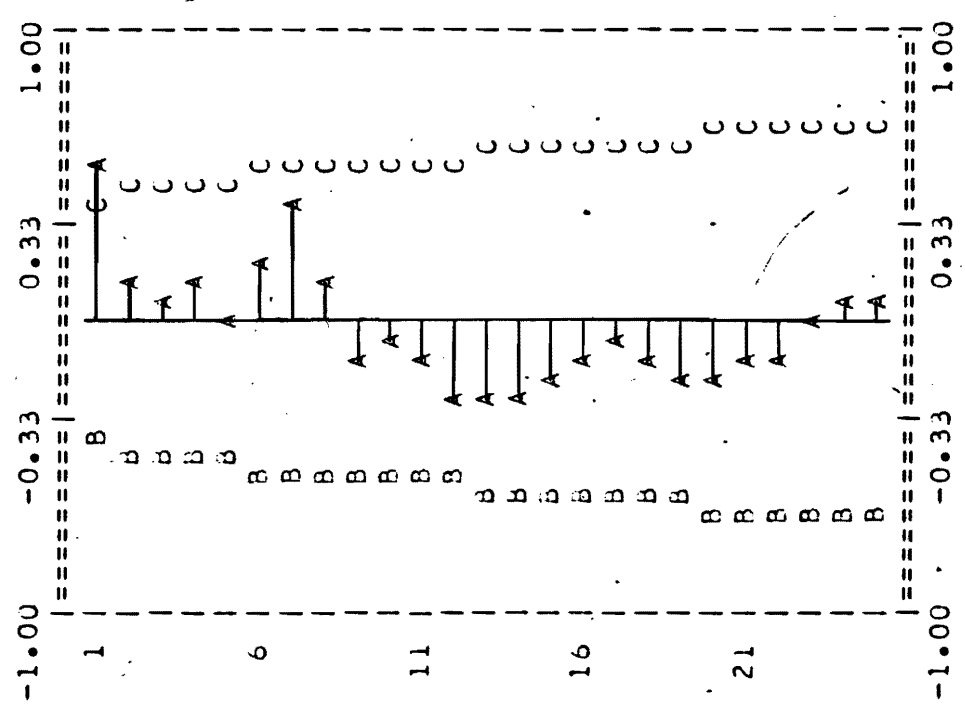
GRÁFICO A.II.1.1.



Autocorrelações

lags	desvio padrão.												
1 a 12	.20	.55	.15	.10	.13	.02	.19	.37	.14	-.11	-.09	-.10	-.25
13 a 24	.29	-.27	-.24	-.20	-.14	-.04	-.11	-.19	-.22	-.15	-.10	.00	.05

GRÁFICO A.II.1.2.



Apenas para $k = 1$ r_k cai na região crítica do teste de
Ho: $\rho_k = 0$, verificando-se que r_2 é acentuadamente inferior, o que indicia
uma representação de média móvel de primeira ordem para a série temporal
 $(1-B) M_{(t)}$.

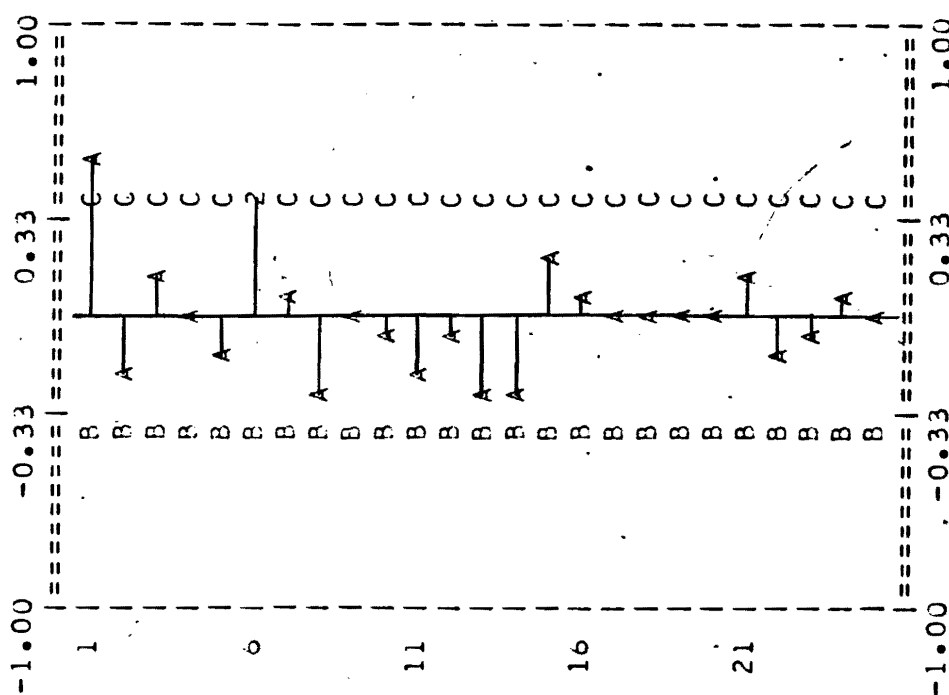
Autocorrelações parciais

lags

desvio padrão = 0.20

1 a 12	.55	-.21	.17	.03	-.12	.39	.10	-.30	.01	-.04	-.19	-.10
13 a 24	-.25	-.24	.23	.05	-.02	.01	.03	-.00	.13	-.16	-.09	.03

GRÁFICO A.II.1.3..

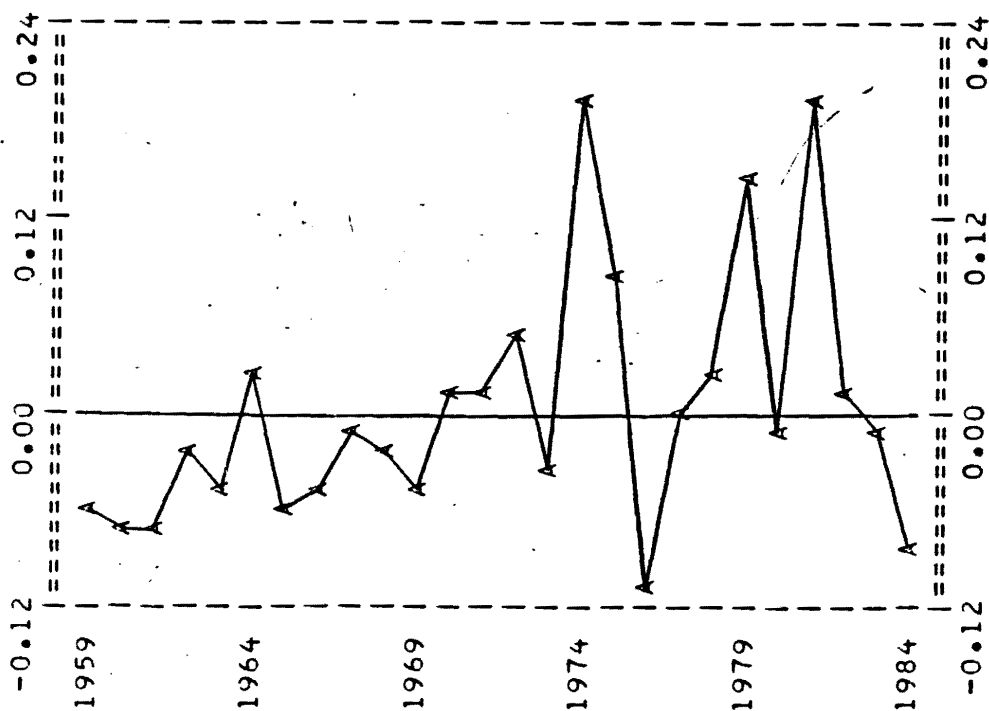


Apenas para $k = 1$ $\hat{\phi}_{kk}$ cai na região crítica do teste de
 $H_0: \phi_{kk} = 0$, verificando-se que $\hat{\phi}_{22}$ é significativamente inferior, o que
 sugere um modelo autoregressivo de primeira ordem para a série temporal
 $(1-B) M_{(t)}$.

2. Validação do modelo

Série: $m_{(t)} = \frac{(1-B) M_{(t)} - 0.122}{1 + 0.601B}$

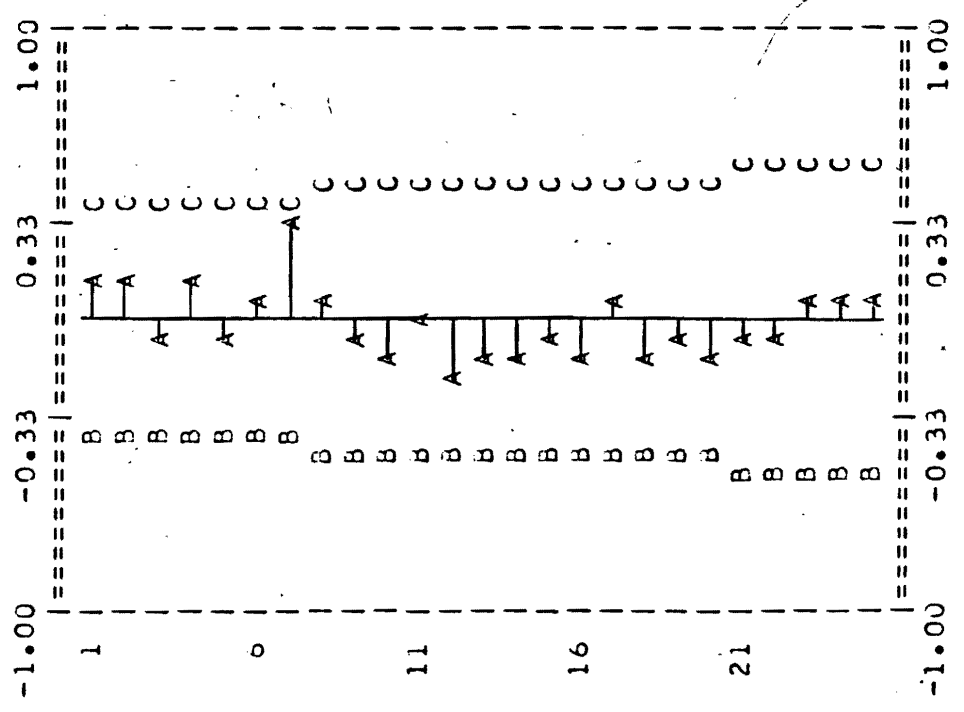
GRÁFICO A.II.2.1.



Autocorrelações

lags	desvio padrão													
1 a 12	.20	.12	.13	-.06	.15	-.08	.05	.35	.05	-.09	-.10	-.03	-.19	
13 a 24	.24	-.16	-.16	-.08	-.10	.05	-.11	-.07	-.16	-.06	-.07	.04	.05	

GRÁFICO A.II.2.2.



Autocorrelações parciais

lags	desvio padrão = 0.20											
1 a 12	.12	.12	-.09	.16	-.11	.03	.42	-.14	-.17	.02	-.15	-.11
13 a 24	-.09	-.37	.01	.13	.06	-.04	.01	-.04	.12	.01	-.12	-.10

GRÁFICO A.II.2.3.

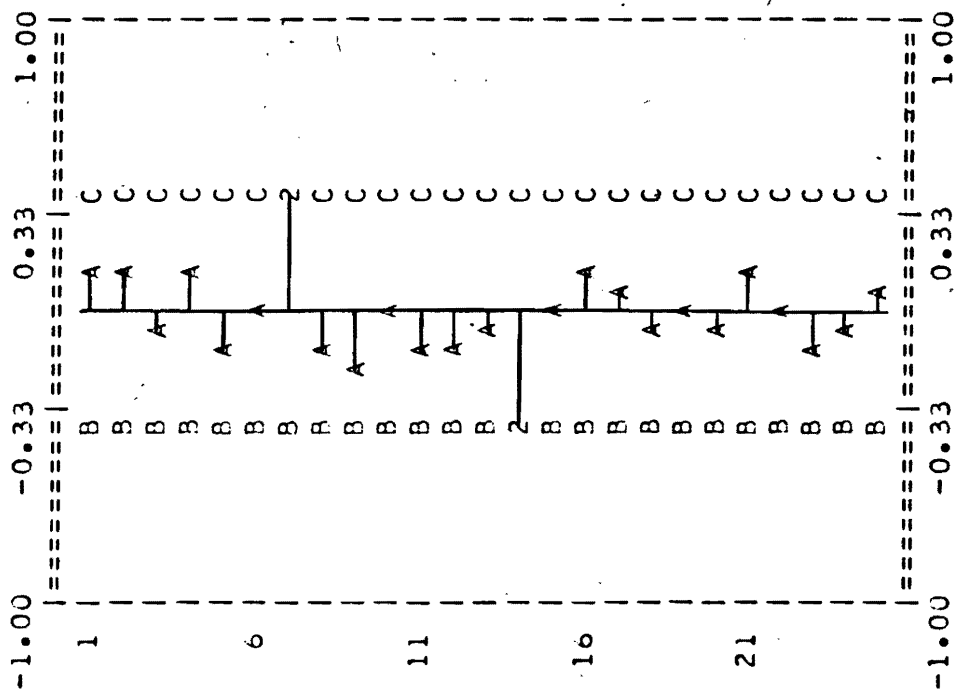


Diagrama de dispersão (xx: $m_{(t)}$, yy: $m_{(t-1)}$)

GRÁFICO A.II.2.4.

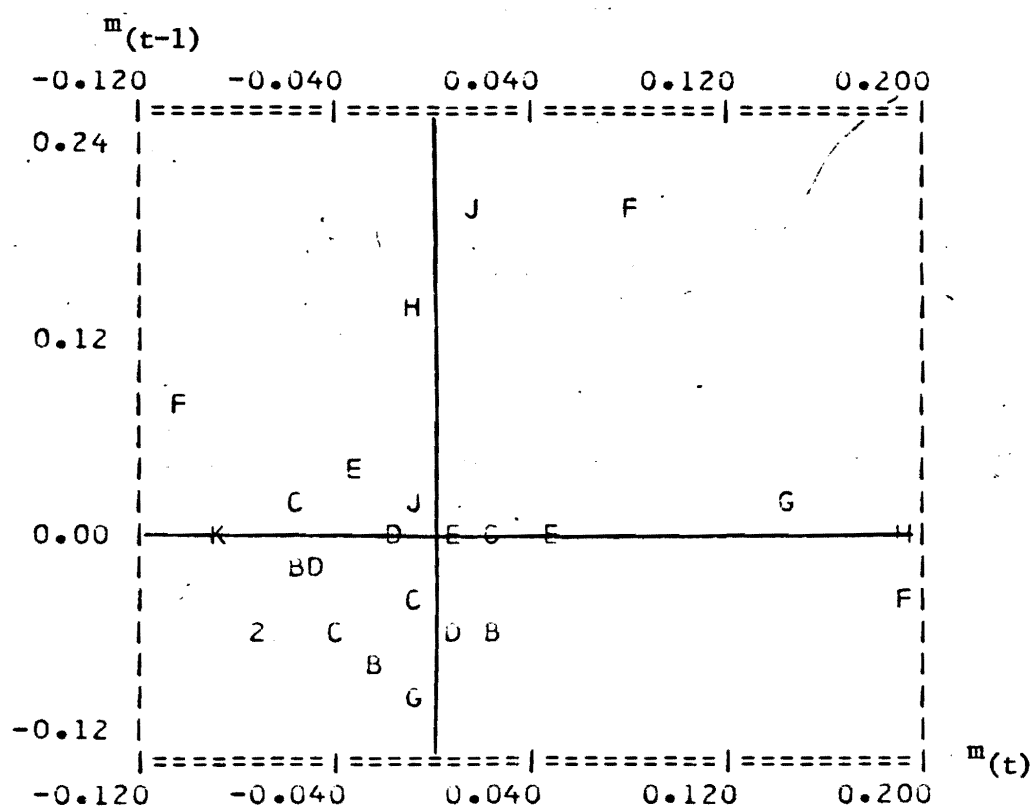
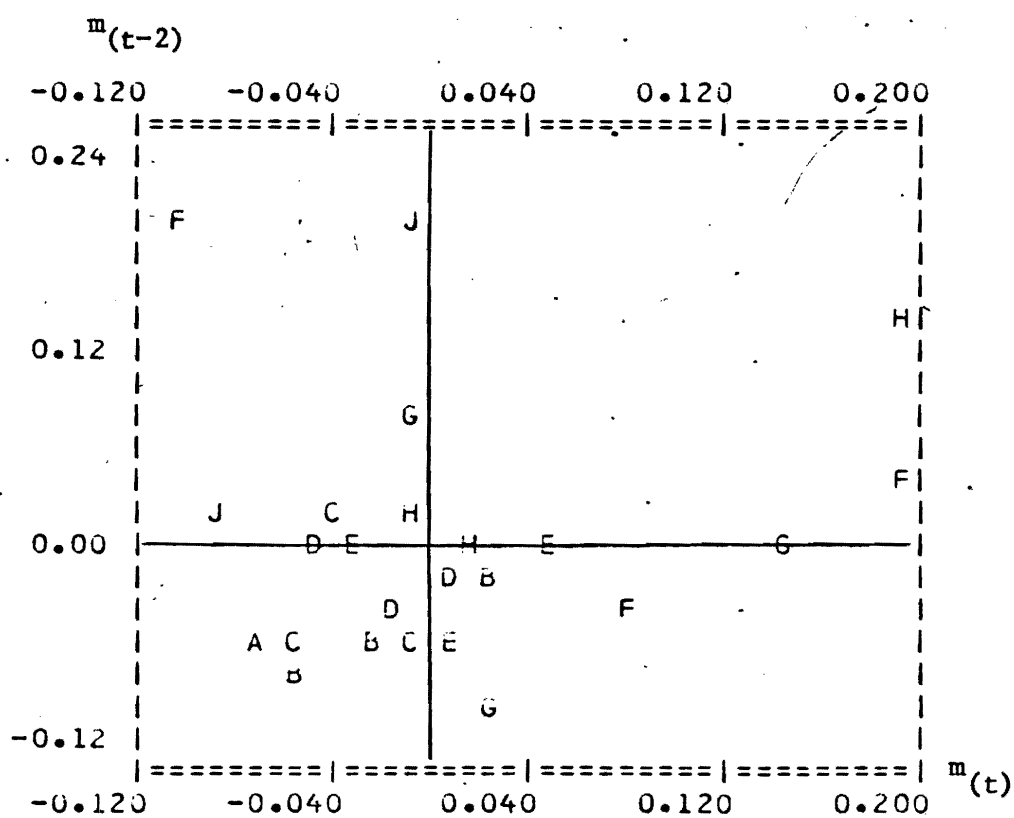


Diagrama de dispersão (xx: $m_{(t)}$, yy: $m_{(t-2)}$)

GRÁFICO A.II.2.5.



III. Determinação das raízes da equação característica do processo autoregressivo vectorial (5)

Dados os valores estimados para os parâmetros do modelo bivariável (5), a respectiva equação característica $|I - C(B)| = 0$ assume a forma de um polinômio do quarto grau,

$$1 + 0.0424 B^2 + 0.1976 B^3 + 0.0827 B^4 = 0 \quad (1)$$

Como (1) só tem raízes complexas, como é facilmente verificável, para resolver essa equação teve que se proceder à factorização do seu primeiro membro no produto de 2 polinômios do 2º grau, utilizando para tal o método dos coeficientes indeterminados.

Assim, começou por decompôr-se (1) em

$$(0.0827 B^2 + a B + b) (B^2 + c B + d) = 0 \quad (2)$$

reduzindo-se assim o cálculo das raízes de (1) à determinação dos coeficientes a, b, c e d, e à resolução de duas equações do segundo grau.

A equivalência entre as igualdades (1) e (2) determina o seguinte sistema de equações em a, b, c e d:

$$(3) \quad \left| \begin{array}{l} bd = 1 \\ ad + bc = 0 \\ a + 0.0827 c = 0.1976 \\ 0.0827 d + b + ac = 0.0424 \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} bd = 1 \\ c = -ad^2 \\ a = \frac{0.1976}{1 - 0.0827 d^2} \\ 0.0827 d^2 - \frac{0.1976^2 d^3}{(1 - 0.0827 d^2)^2} - 0.0424 d + 1 = 0 \end{array} \right| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0.0827^3 d^6 - 0.0424 \times 0.0827^2 d^5 + (0.0827^2 - 0.0827 \times 0.1654) d^4 + (0.0424 \times 0.1654 - 0.1976^2) d^3 + (0.0827 - 0.1654) d^2 - 0.0424 d + 1 = 0 \quad (4)$$

Dado o carácter real dos coeficientes de (1), a equação (4) e, consequentemente, o sistema (3), deverão admitir pelo menos um par de soluções reais. No entanto, basta uma raiz real de (4) para se obter uma concretização de (2), a partir da qual se podem determinar as raízes da equação característica (1). Qualquer outra solução real de (4) conduzirá, necessariamente, ao mesmo conjunto de raízes complexas de (1).

A pesquisa das raízes reais de (4) conduziu à obtenção de um valor para d ($d = 2.2523$) a partir do qual se obteve uma solução para (2):

$$(0.0827 B^2 + 0.3404 B + 0.4440) (B^2 - 1.7269 B + 2.2523) = 0$$

Resolvendo a equação anterior, obtiveram-se, finalmente, as raízes da equação característica (1):

$$-2.0581 \pm 1.0643 i \quad (\text{raízes do primeiro polinômio})$$

e

$$0.8634 \pm 1.2275 i \quad (\text{raízes do segundo polinômio}).$$

BIBLIOGRAFIA E REFERÊNCIAS

1. Banco de Portugal, Boletim trimestral, nº 1, Vol. VI, Março 1984.
2. Barbosa, A.S.P. (1985), Inflação e Produção em Portugal: 1953-1980. Economia 1, Vol. IX, Janeiro 1985.
3. Box, G.E.P. and G.M. Jenkins (1970), Time Series Analysis: Forecasting and Control. San Francisco : Holden Day, 1970.
4. Cartaxo, R.J. e N.E.S. Rosa (1986), Séries Longas para as Contas Nacionais Portuguesas 1958-1985. Banco de Portugal, Estudos e documentos de trabalho, nº 15, 1986.
5. Dyreyes, F.R., Jr., D.R. Starleaf, and G.H. Wang. (1980), Tests of the Direction of causation between Money and Income in Six Countries. Southern Economic Journal 47, 1980, 477-87.
6. Feige, E. L. and D. K. Pearce. (1979) The Causal Relationship between Money and Income: Some Caveats for Time Series Analysis. Review of Economics and Statistics 61, 1979, 521-33.
7. Granger, C.W.J. (1969), Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods. Econometrica 37, 1969, 424-38.
8. Hsiao, C. (1981), Autoregressive Modeling and Money-Income Causality Detection. Journal of Monetary Economics 7, January 1981, 85-106.
9. Kang, H. (1985), The effects of Detrending in Granger Causality Tests. Journal of Business and Economic Statistics 4, Vol. 3, October 1985.

10. Pierce, D.A. and L.D. Haugh. (1977), Causality in Temporal Series. *Journal of Econometrics* 5, 1977, 265-93.
11. Mixon, J.W., L.J. Pratt and M.S. Wallace (1979), Cross-National Money to Income Causality: U.S. Money to U.K. Income. *Journal of Money, Credit and Banking* 4, Vol. 11, November 1979, 419-26.
12. Nelson, C.R. and C.I. Plosser (1982), Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications. *Journal of Monetary Economics* 10, 139-62.
13. Sargent, T.J. (1976), A Classical Macroeconometric Model for the United States. *Journal of Political Economy* 84, 207-37.
14. Sims, C.A. (1972), Money, Income, and Causality. *American Economic Review* 62, 540-52.
15. Sims, C.A. (1977), Comment. *Journal of the American Statistical Association*, March 1977, 23-4.

ÚLTIMOS WORKING PAPERS PUBLICADOS

- nº 74 - BAROSA, José Pedro: "Optimal Wage Rigidity: A Suggested Methodology to Test the Theory and an Application". (Outubro, 1987).
- nº 75 - CABRAL, L. M. B.: "Three Notes on Symmetric Games with Asymmetric Equilibria". (Novembro, 1987).
- nº 76 - LUZENA, Diogo: "To Search or Not to Search". (Fevereiro, 1987).
- nº 77 - SÁ, Jorge Vasconcelos e: "A Theory of Synergy". (Fevereiro, 1987).
- nº 78 - VILARES, Manuel José: "Os Bens Intermedios Importados Como Factor de Produção". (Julho, 1987).
- nº 79 - SÁ, Jorge Vasconcelos e: "How To Compete And Communicate in Mature Industrial Products". (Maio, 1988).
- nº 80 - ROE, Rafael: "Learning and Capacity Expansion IN A New Market Under Uncertainty". (Fevereiro, 1988).
- nº 81 - PEREIRA, Alfredo Marvão: "Survey of Dynamic Computational General Equilibrium Models For Tax Policy Evaluation". (Outubro, 1987).
- nº 82 - SÁ, Jorge Vasconcelos e: "Everything IS Important: But Some Things Are More Important Than Others". (Maio, 1988).
- nº 83 - BÁRCIA, Paulo, GASPÁR, Vitor e PEREIRA, Pedro T.: "Consumer Theory With NonConvex Consumption Sets". (Maio, 1988).
- nº 84 - CAERAL, Luís Martins Barata: "Política de Preços do Sector das Telecomunicações: Uma Análise de Equilíbrio Geral". (Junho de 1988; Revisto em Maio de 1988).
- nº 85 - PEREIRA, Alfredo Marvão: "DAGEN- A Dynamic Applied General Equilibrium Model For Tax Policy Evaluation". (Abril, 1988).
- nº 86 - D'OPEY, Vasco: "On Trade in a Two Country World". (Junho, 1988).
- nº 87 - PEREIRA, Alfredo Marvão: "Corporate Tax Integration in the United States: A Dynamic General Equilibrium Analysis". (Abril, 1988).
- nº 88 - SANTOS, João Nunes dos: "Causalidade Entre Moeda e Rendimento na Economia Portuguesa: 1968-1984". (Junho, 1988).

Qualquer informação sobre os Working Papers já publicados será prestada pelo Secretariado de Apoio aos Docentes, podendo os mesmos ser adquiridos na Secção de Vendas da Faculdade de Economia, UNL, na Travessa Estevão Pinto, Campolide - 1000 LISBOA.